

文章编号: 1007- 2985(2009) 01- 0046- 05

# 引力波应该是非线性波<sup>\*</sup>

张| 方

(云南大学物理系, 云南 昆明 650091)

**摘 要:** 基于非线性引力场方程的引力波| 一般应该是非线性波, 具有某些不同于电磁波的特性, 笔者对此定量讨论了方程的| 些解, 指出了引力波的非线性特性来源于引力场的非线性本质.

**关键词:** 引力波; 非线性; 引力场方程

**中图分类号:** O412.2; O441.4

**文献标识码:** A

广义相对论开创了引力理论和宇宙论的新纪元, 而且它的某些预言得到了验证. 但是 1918 年 Einstein 提出的引力波却一直没有得到最后确定. 因此引力波的探测和理论一直是相对论和天文学中的研究前沿. 值得注意的是, Einstein、Landau、Fock、Weinberg<sup>[1-5]</sup> 等大科学家讨论的都只是一种弱引力场. 它的“时空连续区同一个‘伽利略型的’ 只有很小的差别”, 因此“对于一切下标可以设  $g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}$ ”, 其中  $\gamma_{\mu\nu}$  “都是较 1 为小的量”<sup>[1]</sup>. 基于此, 解引力场的近似方程, 略去高次项, 则

$$\sum_a \frac{\partial^2 \gamma_{\mu\nu}}{x^\alpha \partial x^\alpha} = 2kT_{\mu\nu}, \tag{1}$$

这类似电磁场的结果. 在真空中就是类似电磁波的引力波方程, 并由此得出结论: “引力场是以光速传播的”, 理论上推导引力波的方法绝大多数都是如此. 先作各种简化、近似, 然后简并、略去若干项, 最后对  $\eta \gg h_{\mu\nu}$  的弱引力场导致波方程  $\square h_i^k = 0$ , Weber 对引力波还有专著<sup>[6]</sup>. 相应地, 实验上检测引力波的方法通常也就类似于检测电磁波. 目前理论上研究的主要是真空中弱引力场, 如此引力波就弱. 这种方法在论证引力波的存在时是非常有力的, 即使引力场取一级近似时很弱, 也仍然存在引力波. 但是它却忽略了引力场和电磁场, 引力波和电磁波之间的重大差别, 并且可能给实验检验投下了阴影.

首先必须先区分 2 个不同的概念: 弱引力场和弱引力波. (1) 引力场本身的强弱. 这决定了引力波的特性. (2) 引力波的强弱. 在宇宙空间中, 引力波在经过遥远距离的传播后一般都是非常弱的, 特别对于类似电磁波的引力波. 二者就是 Weinberg 所提的第一、二个理由<sup>[5]</sup>, 它们是大不相同的, 例如某些强引力场产生的引力波就是非线性波, 包括孤子波. 这样无论距离远近, 它们都是分离的孤波. 一般说, 弱场和引力波产生的条件是矛盾的. 弱引力场的引力波一定很弱, 这样实验上就极难探测. 在广义相对论中最低一级的引力辐射是四极辐射, 对低速弱场源这是主要辐射. 相应的探测主要是使用共振四极天线<sup>[5]</sup>, 这使本来就弱的引力辐射更弱了, 弱场的近似平面波解只有测量精度极大提高时才能检测到, 而易于产生引力波的引力场本身应该是强的. 非线性波可能不仅只有四极辐射, 这相应于其他引力度规理论中还存在单极和偶极引力辐射. 众所周知, 广义相对论的引力场方程为

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa T_{\mu\nu}, \tag{2}$$

(2) 式是非线性方程. 广义相对论中的引力场方程, 不仅与通常场的方程不同, 而且与目前一般的非线性方程也不同. 引力场方程非线性, 相应的一般的引力波方程也应该非线性, 基于此笔者提出了引力波应该是非线性波, 并且讨论了它的相应的某些特性, 特别是引力波速应该和电磁波速不同, 起码引力场中光线偏

\* 收稿日期: 2008- 12- 01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(K1020195)

作者简介: 张一方(1947- ), 男, 云南昆明人, 云南大学物理系教授, 主要从事理论物理及交叉科学研究.

折而引力波速度不会偏折<sup>[7]</sup>, 在此进一步定量讨论引力波可能具有的非线性特征及方程的某些解.

# 1 非线性引力场方程的某些新解

因为引力场方程的解是非常复杂和困难的. 目前都是在一定条件或取一定近似时得到的特殊解, 特别是辐射解, 其中包括 Schwarzschild 解、Eddington-Robertson 解、各种 Kerr 解<sup>[8-10]</sup>、Einstein-Rosen 柱面波解、Bondi 等平面波解、球对称解等, 它们都基于特定的度规. 此外还有度规理论中的引力透镜<sup>[11]</sup>, 球对称时空<sup>[12]</sup> 和各种 2+1 维引力的稳定临界对称的完全流体解<sup>[13]</sup> 等.

迄今只有严格的柱面波解是线性方程, 而只要方程仍是非线性的, 引力场和相应的波方程的解就不符合线性叠加原理, 这些解就与电磁场方程的解具有若干不同的特性, 无论解是孤子解、瞬子解、扭子解, 甚至混沌解等. 相应的非线性引力波和电磁波也是有所不同的, 可以是孤波、冲击波、脉冲波等. 1982 年以前对引力波的研究已有综述<sup>[14]</sup>.

1978 年 V. A. Belinsky 等把逆散射方法用于 Einstein 引力场方程, 并于 1980 年导出引力波的孤子解, 但其传播速度大于光速  $c$ . 进一步, J. Ibanez 等(1983, 1985) 求得了引力波的 4 个和多个孤子解, 并证明速度一定小于  $c$ . 基于逆散射方法, P. S. Letelier(1984, 1985, 1987) 对真空引力场方程的严格解, 包括几个孤子解, 作了系统探讨. J. Cespedes 等(1987) 论述了引力波脉冲和孤子波碰撞, V. Ferrari 等(1987) 求出平面引力波的一类非对角孤子解, P. C. W. Fung 等(1987) 和 E. Verdaguer(1987) 都讨论了引力场方程的某些孤子解. 最近, Easter 等讨论了膨胀末期时引力波的产生<sup>[15]</sup>, Jones-Smith 等从整体相变讨论了引力辐射的几乎标度不变谱<sup>[16]</sup>, Anderson 等则讨论了磁化中子星的合并和引力波信号的关系<sup>[17]</sup>. 对于一般的引力场, 则

$$R_{ik} = \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{il}^k}{\partial x^k} + \Gamma_{ik}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{km}^l = k T_{ik}^*, \tag{3}$$

$$\Gamma_{kl}^i = \frac{1}{2} g^{im} \left( \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} - \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m} \right). \tag{4}$$

在真空中虽然能量-动量张量  $T_{ik} = 0$ , 但(4)式代入(3)式后一般的真空中的引力场方程  $R_{ik} = 0$  仍然是  $g_{ik}$  的非常复杂的非线性方程. 通常的坐标变换后, 如在谐和坐标下, 方程仍然是非线性的, 笔者已经讨论过在某些条件下的非线性引力场方程的解<sup>[7]</sup>. 基于由 Fock 变换后得到的真空引力场方程<sup>[4]</sup> 为

$$R_{\mu\nu} = -\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} g^{\rho\sigma} g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\rho\sigma}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha + \Gamma_{\mu\alpha}^\beta \Gamma_{\nu\beta}^\alpha = 0, \tag{5}$$

在谐和坐标系中, 满足无穷远条件时方程简化为

$$g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\rho\sigma}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} g^{\rho\sigma} \left( \frac{\partial g^{\mu\alpha}}{\partial x_j} + \frac{\partial g^{\mu\beta}}{\partial x_i} - \frac{\partial g^{\mu\gamma}}{\partial x_\mu} \right) \left( \frac{\partial g^{\nu\alpha}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial g^{\nu\beta}}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial g^{\nu\delta}}{\partial x_\nu} \right). \tag{6}$$

下面讨论一些再简化的方程.

(i) 只要  $i$  或  $j$  等于  $\mu$ ,  $\alpha$  或  $\beta$  等于  $\nu$ , 方程就可以简化. 例如对特定度规, 令  $j = \mu, \beta = \nu$ , 则化为

$$g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 g^{\rho\sigma}}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} = \frac{1}{2} g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho} \frac{\partial g^{\sigma\alpha}}{\partial x_i} \frac{\partial g^{\rho\mu}}{\partial x_\alpha}. \tag{7}$$

进一步, 当  $\sigma = \alpha = \mu, \rho = i = \nu$  时, 则

$$g^{\mu\mu} \frac{\partial^2 g^{\mu\mu}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} = \frac{1}{2} \frac{\partial g^{\mu\mu}}{\partial x_\mu} \frac{\partial g^{\mu\mu}}{\partial x_\nu}, \tag{8}$$

这些都仍然是非线性方程.

设引力场度规  $g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} + h^{\mu\nu}$ <sup>[9]</sup>, 这已经是近似, 但描述引力场偏离似乎也只能如此定义. 对于  $\eta^{\mu\nu} \ll h^{\mu\nu}$  的强引力场,  $h^{\mu\nu}$  的方程也具有相同的形式. 对  $\mu = \nu$  时强引力场的常微分方程化为大大简化的形式为

$$h^{\mu\mu} \frac{d^2 h^{\mu\mu}}{dx_\mu^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{dh^{\mu\mu}}{dx_\mu} \right)^2, \tag{9}$$

其解为  $h^{\mu\mu} = (Cx_\mu + C_0)^2/4$ , 即使对于  $\eta^{\mu\nu} \gg h^{\mu\nu}$  的弱引力场, 场方程为

$$(\eta^{\mu\mu} + h^{\mu\mu}) \frac{\partial^2 h^{\mu\mu}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} = \frac{1}{2} \frac{\partial h^{\mu\mu}}{\partial x_\mu} \frac{\partial h^{\mu\mu}}{\partial x_\nu}, \tag{10}$$

其解也基本相同.

(ii) 如果  $j = i, \alpha = \beta$ , 则(6) 式化为

$$g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma}g^{\alpha} \frac{\partial^2 g^{\rho\sigma}}{\partial x_{\alpha}^2} = \frac{1}{2}(g^{\alpha i})^2(2 \frac{\partial g^{\mu i}}{\partial x_i} - \frac{\partial g^{ii}}{\partial x_{\mu}})(2 \frac{\partial g^{\nu \alpha}}{\partial x_{\alpha}} - \frac{\partial g^{\alpha\alpha}}{\partial x_{\nu}}). \tag{11}$$

进一步, 当  $i = \alpha, \mu = \nu$  时, 则

$$g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} \frac{\partial^2 g^{\rho\sigma}}{\partial x_{\alpha}^2} = \frac{1}{2}g^{\alpha\alpha}(2 \frac{\partial g^{\mu\alpha}}{\partial x_{\alpha}} - \frac{\partial g^{\alpha\alpha}}{\partial x_{\mu}})^2, \tag{12}$$

这也是非线性方程.

如果引力场方程中存在宇宙项  $\Lambda g^{\mu\nu}$ , 则(8) 式化为

$$g^{\mu\nu} \frac{\partial^2 g^{\mu\nu}}{\partial x_{\mu} \partial x_{\nu}} + \Lambda g^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x_{\mu}} \frac{\partial g^{\mu\nu}}{\partial x_{\nu}}, \tag{13}$$

这就是笔者提出的一类可以导出某些统计分布的非线性方程<sup>[18]</sup>. 设各个不同的  $g^{\mu\nu}$  都化为相同的  $g$ , 并且用孤子解的方法, 令变量  $\eta = \frac{x + y + x - ut}{\sqrt{1 - u^2}}$ , 则它化为大为简化的常微分方程为

$$gg'' + \Lambda g = (g')^2/2, \tag{14}$$

但是, 即使如此也仍然是非线性方程. 取特殊的积分常数后, 可以得到下列特解

$$g = \exp\{-2[\arcsin \Phi - \sqrt{\Lambda/\pi\eta} + C]^2\}, \tag{15}$$

其中  $\Phi(x)$  是概率积分, 上述解的形式类似孤子解.

对各种不同的曲率张量和坐标还可以得到各种不同的非线性方程及相应的解, 其中许多解不能用初等函数表达. 非线性引力波方程也应该出现混沌解, 虽然这可能难以测量, 但应该仅对强引力场成立.

总之, 不论方程如何简化, 引力场方程一般都是非线性的. 只有略去所有非线性项才是线性方程. 数学上, 通常的线性波解代入非线性引力场和引力波方程也不符合. 例如弱引力场解的推迟势  $h_{\mu\nu}(x, t)$  就不符合  $R_{\mu\nu} = -8\pi G S_{\mu\nu}$ , 它是非线性项略去后方程的解<sup>[5]</sup>.

## 2 引力波和一般引力场的非线性特性

目前认为可能存在各种引力波的源: 连续源, 如双星、旋转星、中子星、星振动等; 爆发源, 如超新星坍缩、致密双星坍缩、黑洞生成、黑洞俘获、中子星核震动等; 随机背景辐射等<sup>[14]</sup>. 最近, 黄玉梅等综述了引力波理论和实验的某些新进展<sup>[19]</sup>, 其中引力波最确定的观测结果是中子双星系统 PSR1913+ 16 中精确测量到引力波的间接影响, 理论上文章仅讨论了弱场近似. 而引力波如果是脉冲型的孤子, 则强度不随空间-时间改变, 或变化极小. 这可能与 1969 年 Weber 宣称检测来自银河系中心的引力波, 而其他人没有检测到有关. 对于孤子型的引力波, 其强度将远高于现在的引力波. 这对探测是极为有利的, 并且与引力波的发射源为脉冲源、周期源和随机源是一致的. 对各种度规理论, 引力波具有不同性质及不同的偏振态. 因此引力波可以检验各种不同的引力理论.

引力波的非线性应该显示出非线性波的某些特性, 如它可能显示出在周期边界等条件下的回归性, 波的自感应透明度和在正介质变化时可能具有的自聚集等. 而自聚集可能又相应于实验上已经证实的引力透镜效应. 但这些特点似乎必须是对强引力波. Christodoulou 证明在地球上的激光干涉探测仪显示出从天体源来的引力波有一个非线性效应, 其具有与线性效应相同的数量级<sup>[20]</sup>, 它有力地证实了引力波的非线性效应是不能被忽略的. 探测时应该特别注意引力波和电磁波的不同; 二者各是非线性波和线性波. 这可能就是与电磁波最大的不同之处, 虽然光有色散, 引力波可能也有色散.

理论上应该更广泛地研究各种强引力场及相应的非线性引力波.  $g^{\mu\nu}$  是度规, 所以对不同的度规就是波函数  $h_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}$  的不同的波动方程及波. 中心对称的引力场  $g_{11} = e^{\lambda}, g_{00} = e^{\nu}$ , 所以  $h_{11} = e^{\lambda} - 1, h_{00} = e^{\nu} - 1; e^{\lambda(x, t)}$  在特殊情况下可以化为标准的波动解  $\phi = A e^{ikx}$ . 弱场时  $h_{11} = (1 - \frac{2km}{c^2 r})^{-1} - 1, h_{00} = -\frac{2km}{c^2 r}$ , 这相应于解  $\phi = \frac{e}{r}$ .  $g^{\mu\nu}$  在不同的参考系中有所不同, 这样波动也不同, 相应的能量、动量也不同. 电磁

场中  $\varphi_{A\mu}$  及  $B, H$  都符合波方程. 引力场中  $A_\mu$  对应于  $g_{\mu\nu}$  或  $\Gamma_{\mu\nu}^a$ , 则  $F_{\mu\nu}$  对应于  $\Gamma_{\mu\nu}^a$  或  $R_{\mu\nu\lambda\sigma}$ , 所以  $g_{\mu\nu}, \Gamma_{\mu\nu}^a, R_{\mu\nu\lambda\sigma}$  或其变形都应该符合非线性波方程及特殊情况下的线性波方程.

对强引力场

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = \frac{1}{2}h_{\alpha\beta}^\mu + h_{\beta\alpha}^\mu - h_{\alpha\beta}^\mu. \tag{16}$$

对真空引力波方程相应于  $R_{ik} = 0$ . 对此再发展, 可以讨论方程:  $R_{ik;k} = 0; \frac{\partial R_{ik}}{\partial x_k} = 0$ , 即

$$\frac{\partial^2 \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l \partial x^k} - \frac{\partial^2 \Gamma_{il}^k}{(\partial x^k)^2} + \Gamma_{lm}^m \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^m} + \Gamma_{ik}^l \frac{\partial \Gamma_{lm}^m}{\partial x^k} - \Gamma_{km}^l \frac{\partial \Gamma_{il}^m}{\partial x^k} - \Gamma_{il}^m \frac{\partial \Gamma_{km}^l}{\partial x^k} = 0. \tag{17}$$

引入类 Lorentz 条件  $\frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^k} = 0$ , 则(17) 式化为

$$\frac{\partial^2 \Gamma_{il}^l}{(\partial x^k)^2} - \Gamma_{ik}^l \frac{\partial \Gamma_{lm}^m}{\partial x^k} + \Gamma_{km}^l \frac{\partial \Gamma_{il}^m}{\partial x^k} = 0, \tag{18}$$

如果对二、三项作代换  $m \rightarrow i, 1 \rightarrow i, i \rightarrow m$ , 则(18) 式简化为

$$\frac{\partial^2 \Gamma_{il}^l}{(\partial x^k)^2} - \Gamma_{mk}^l \frac{\partial \Gamma_{il}^l}{\partial x^k} + \Gamma_{kl}^i \frac{\partial \Gamma_{mi}^l}{\partial x^k} = 0. \tag{19}$$

如果  $\Gamma_{mi}^l = \Gamma_{il}^l + \Gamma_{im}^l$ , 则

$$\nabla_k^2 \Gamma_{il}^l - (\Gamma_{mk}^l - \Gamma_{kl}^i) \nabla_k \Gamma_{il}^l + \Gamma_{kl}^i \nabla_k \Gamma_{mi}^l = 0. \tag{20}$$

对最简单的强引力场方程  $h'' - a(h')^2 = 0$ ; 微分一次得  $h''' - 2ah'h'' = 0$ . 令  $h' = c$ , 则等价的方程  $c'' - 2ac' = 0$  就是 Burgers 方程  $c_t + \alpha c_x = \nu c_{xx}$  的特例. 对 Burgers 方程可以有三角波解、线性波解等特殊解. 具有  $\Lambda$  型孤子解的方程应该是  $gg'' = (g')^2 - g^4$  型. 这对应于具有宇宙项的方程, 又相当于引力子有质量的项. 进一步, 还应该由  $R_{iklm} = 0$  讨论引力场的波动解.

总之, 波方程是非线性的, 在不同情况下各不相同, 波方程可以是  $g_{\mu\nu}, \Gamma_{\mu\nu}^a, R_{\mu\nu}$  等,  $g_{\mu\nu}$  又联系于度规, 是引力场方程的各种解. 此外, 解非线性引力波方程可以结合 YM 规范场方程的解法. 而引力场方程就是非 Abel 的 YM 方程, 并且目前就有 Einstein-YM 方程及其解.

一般而言, 广义相对论非线性方程的解应该区分讨论: (1) 严格解; 普适的或特殊的. (2) 近似解. (3) 目前已经导出引入各种特殊的 ansatz 而得到的相应的特解. 但天文学中各种 ansatz 的意义如何? 这还有待研究. (4) 各种孤子解的关系及其意义. (5) 确定迭代的混沌解及其天文学意义和如何观测.

天文学中物体运动、变化越大时引力波越强, 同时它是非线性波. 急剧演变的天体或天体集合, 当它们猛烈地向四周飞散, 或彼此间迅速旋转, 或混乱地相互坍塌在一起就会成为一个引力辐射源. 进一步应该探讨产生非线性波, 特别是孤子波的各种源的特性.

引力辐射的是非线性波, 就可能是联系于一种宏观“量子化”的孤波. 这样引力子、引力场的量子化可能必须重新考虑. 因为一般量子化首先必须线性化, 这就偏离了引力场. 而且这又联系于引力场的能量-动量张量和引力波的偏振. 通常是牛顿方法用于引力波<sup>[5]</sup>. 但广义相对论的非线性方程应该联系于非线性量子力学方程<sup>[21]</sup>.

电磁场有电场、涡旋形磁场; 引力场可能也应该分为 2 个部分, 如质量产生的引力场与质量旋转等产生的引力场. 引力波能使空间弯曲程度产生改变, 因此电磁场也应该改变. 由此又可能联系于电磁广义相对论<sup>[22]</sup>. 更一般, 非线性在引力场及其演化中具有非常重要的作用. 基于星云旋转吸积盘的非线性基本方程<sup>[23]</sup>, 及流体动力学和磁流体动力学方程<sup>[24]</sup>, 应用定性分析理论得到了双星形成的非线性动力学模型. 在一定条件下, 一对奇点作为演化结果相应于双星. 而在其它条件下这些方程给出单个中心点, 就相应于单星. 进而定性指出用 Lorenz 方程可以形成双星, 其中具有两“翼”的 Lorenz 吸引子相应于双星<sup>[24]</sup>. 以色列 Negev 大学的 N. Farbiash 和 R. Steinitz 教授在 2003 年 10 月于 Croatia 召开的国际双星会议及他们的论文和摘要中, 从确定双星中自旋(旋转速度)间的相互关系, 而显示出自旋关系度与组成的分离是无关的. 由此作为例子联系于他们称为星云形成双星的张的非线性模型(Zhang's non-linear model for the formation of binary stars from a nebula). 这有力地证明非线性相互作用是双星形成的必不可少的基本条件.

进一步计算了广义相对论普适的  $2+1$  维平面引力场方程, 也得到相同的结论. 并且非线性相互作用是非常普适的, 所以双星也是普遍存在的, 而双星又是一种最确定的引力辐射源.

引力场本质上是非线性的; 而引力波的非线性实质上就来源于引力场的这个基本特性.

### 参考文献:

- [1] 爱因斯坦文集: 第 2 卷 [M]. 范岱年, 赵中立, 许良英, 译. 北京: 商务印书馆, 1977.
- [2] A. 爱因斯坦. 相对论的意义 [M]. 李 灏, 译. 北京: 科学出版社, 1961.
- [3] L. 朗道, E. 栗弗席兹. 场论 [M]. 任 朗, 袁炳南, 译. 北京: 人民教育出版社, 1959.
- [4] V. 福克. 空间, 时间和引力的理论 [M]. 周培源, 译. 北京: 科学出版社, 1965.
- [5] S. 温伯格. 引力论和宇宙论 [M]. 邹振隆, 译. 北京: 科学出版社, 1980.
- [6] J. 韦伯. 广义相对论与引力波 [M]. 陈凤至, 张大 卫, 译. 北京: 科学出版社, 1979.
- [7] CHANG Yifang. Nonlinear Nature of Gravitational Wave [J]. Apeiron, 1996, 3(2): 30– 32.
- [8] HAWKING S W, ELLIS G F R. The Large Scale Structure of Space-Time [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1973.
- [9] MISNER C W, THORNE K S, WHEELER J A. Gravitation [M]. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1973.
- [10] KRAMER D, STEPHANI H, HERLT E, et al. Exact Solutions of Einstein's Field Equations [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.
- [11] SERENO M. Gravitational Lensing in Metric Theories of Gravity [J]. Phys. Rev., 2003, D67, 064007: 1– 7.
- [12] DAMOUR T, KOGAN I I, PAPAZGLOU A. Spherically Symmetric Spacetimes in Massive Gravity [J]. Phys. Rev., 2003, D67, 064009: 1– 25.
- [13] GARCIA A A, CAMPUZANO C. All Static Circularly Symmetric Perfect Fluid Solutions of  $2+1$  Gravity [J]. Phys. Rev., 2003, D67, 064014: 1– 9.
- [14] 秦荣先, 阎永廉. 广义相对论与引力理论实验检验 [M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1987.
- [15] EASTHER R, GIBLIN J T, LIM E A. Gravitational Wave Production at the End of Inflation [J]. Phys. Rev. Lett., 2007, 99, 221301: 1– 4.
- [16] JONES-SMITH K, KRAUSS L M, MATHUR H. Nearly Scale Invariant Spectrum of Gravitational Radiation from Global Phase Transitions [J]. Phys. Rev. Lett., 2008, 100, 131302: 1– 4.
- [17] ANDERSON M, HIRSCHMANN E W, LEHNER L, et al. Magnetized Neutron-Star Mergers and Gravitational Wave Signals [J]. Phys. Rev. Lett., 2008, 100, 191101: 1– 4.
- [18] 张 方. 一种新的孤子方程及其物理意义 [J]. 云南大学学报, 1984, 6(3): 85– 88.
- [19] 黄玉梅, 王运永, 汤克云, 等. 引力波理论和实验的新进展 [J]. 天文学进展, 2007, 25(1): 58– 73.
- [20] CHRISTODOULOU D. Nonlinear Nature of Gravitation and Gravitational Wave Experiments [J]. Phys. Rev. Lett., 1991, 67(8): 1 486– 1 489.
- [21] 张 方. 粒子物理和相对论的新探索 [M]. 昆明: 云南科技出版社, 1989.
- [22] CHANG Yifang. GRT Extended for Electromagnetic Fields: Equivalence Principle and Geometrization [J]. Galilean Electrodynamics, 2005, 16(5): 91– 96.
- [23] ZHANG Yifang. A Nonlinear Dynamical Model of Formation of Binary Stars from A Nebula [J]. ChA & A., 2000, 24 (3): 269– 274.
- [24] CHANG Yifang. Hydrodynamics and A Nonlinear Dynamical Formation Model on Ninary Stars [J]. Physica Scripta, 2007, 76(4): 385– 387.

## On Gravitational Wave Being Nonlinear Wave

ZHANG Yifang

(Department of Physics, Yunnan University, Kunming 650091, China)

**Abstract:** The gravitational wave based on the nonlinear equations of the gravitational field should usually be nonlinear wave, and possesses some different characteristics with the electromagnetic wave. For this some solutions of the equations are discussed quantitatively. The nonlinearity of the gravitational wave originates from a nonlinear essence of the gravitational field.

**Key words:** gravitational wave; nonlinearity; equation of gravitational field

(责任编辑 陈柄权)